## Вспомогательные поверхности при моделировании формообразования деталей средствами компьютерной графики

Производство ряда изделий машиностроения связано с технологическими процессами формообразования геометрически сложных поверхностей деталей.

Эффективное решение задач формообразования поверхностей, обрабатываемых по методу огибания, может быть проведено как с использованием известных методов [1-3] и др., так и с применением методов моделирования средствами компьютерной графики [4-6].

**Во втором случае это решение предполагается проводить в два этапа:**

* Разработать поверхностную и твердотельную модели детали и представить варианты моделирования удаляемого припуска.
* По результатам моделирования разработать алгоритм и назначить необходимые технологические условия формообразования такой детали наиболее рациональными методами размерной обработки.

**Как правило, для обоих этапов существует много решений:**

* В первой задаче, независимо от способа решения, должна быть создана одна и та же твердотельная модель заготовки и детали
* Во второй задаче алгоритм и условия формообразования зависят не только от используемых средств компьютерной графики, но и от конкретных процессов обработки.

**При этом часто конкретная деталь может быть обработана инструментами одного вида, но с разными формообразующими параметрами:**

* Так, например, винтовая поверхность канавки может быть обработана дисковой или червячной фрезой, реечным инструментом и др.
* При этом для одной и той же канавки могут быть использованы различные дисковые инструменты с разными параметрами установки.
* Современные САПР позволяют разработать программы, реализующие движения формообразования в автоматизированном режиме и решать задачи с необходимой точностью [4, 5].

На этапе создания моделей важная роль отводится задаче установления возможных особенностей на исследуемых поверхностях, а также на их отображениях ортогональным проецированием. В некоторых случаях для этих целей важную роль играют вспомогательные поверхности [7], которые определяются через семейство кривых на плоскости.

В настоящей работе рассматриваются три семейства кривых. Они получены в результате перемещения исходной кривой, связанной с окружностью или прямой, катящейся без скольжения по другой окружности или прямой.

### Семейство кривых, связанных с окружностью, катящейся по прямой

**Семейство кривых образуется в результате качения центроиды детали, с которой связана исходная кривая, по начальной прямой инструментальной рейки [7] (рисунок 1):**

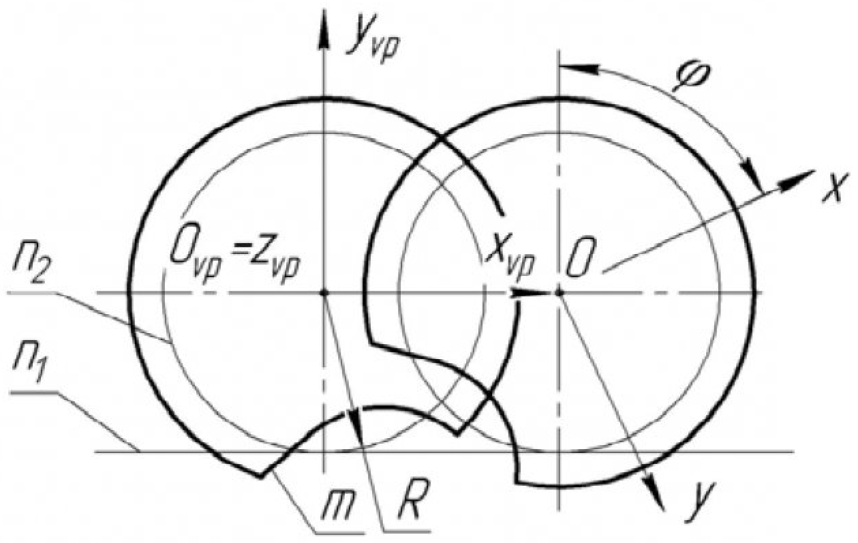
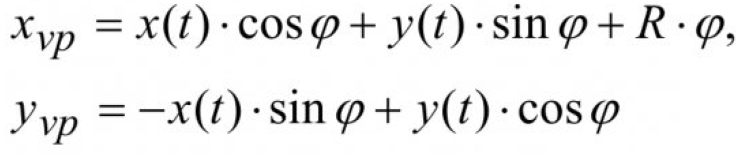


Рисунок 1 – Качение центроиды детали по начальной прямой инструментальной рейки

**где**

* n1, n2 - центроиды рейки и детали, соответственно.
* m -кривая, связанная с окружностью.
* 0ху - подвижная система координат.
* 0xvpyvpzvp - неподвижная система координат.

**Это семейство записывается уравнениями:**

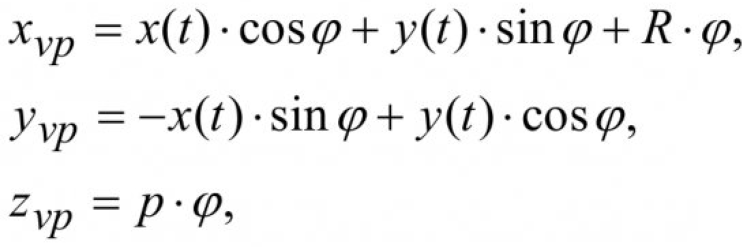
 (1)

**где**

* x = x(t) и у = y(t) - уравнения исходной кривой m в подвижной системе координат.
* R -радиус центроиды детали.

Будем рассматривать систему уравнений (1) как график отображения семейства кривых в пространстве R3 на координатную плоскость 0vpxvpyvp(R2).

**Тогда это семейство можно записать в виде:**

 (2)

**где**

* p - некоторая константа.

**Уравнения такого семейства описывают наклонную винтовую поверхность Ψ, полученную аффинным преобразованием цилиндрической винтовой поверхности (рисунок 2):**

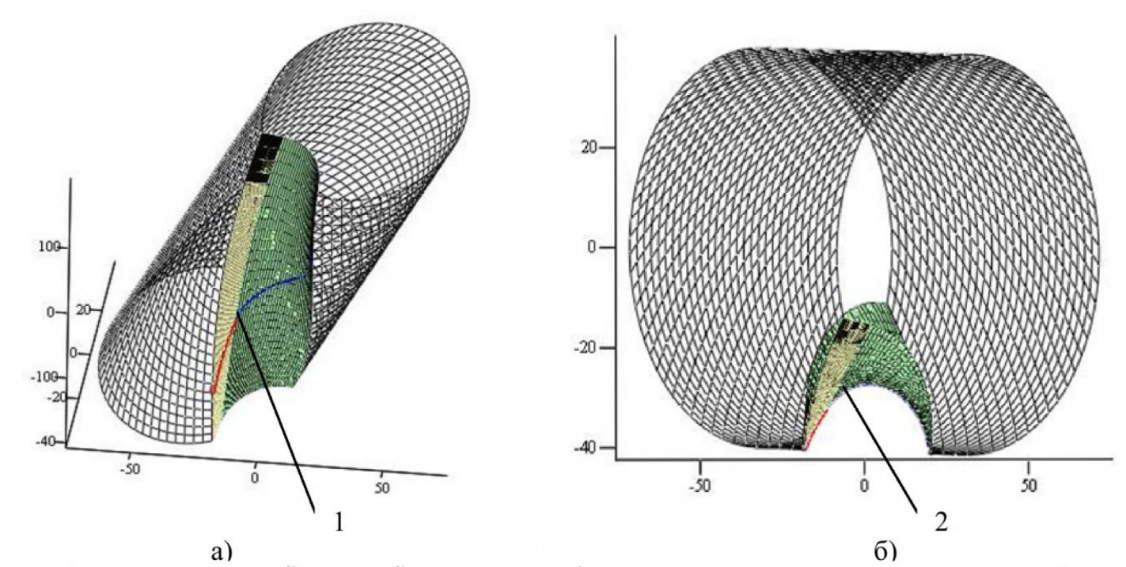


Рисунок 2 – Модели наклонной винтовой поверхности

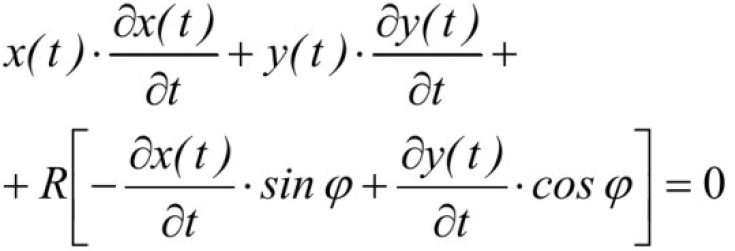
**где**

* а) винтовая поверхность общего положения.
* б) ортогональная проекция винтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси z.
* 1 - контурная линия поверхности.
* 2 - очерк поверхности (огибающая семейства плоских кривых).

Визуализация такой поверхности средствами системы MathCAD позволяет получить как качественную характеристику самой поверхности (рисунок 2а), так и ее отображения на координатную плоскость 0vpxvpyvp.

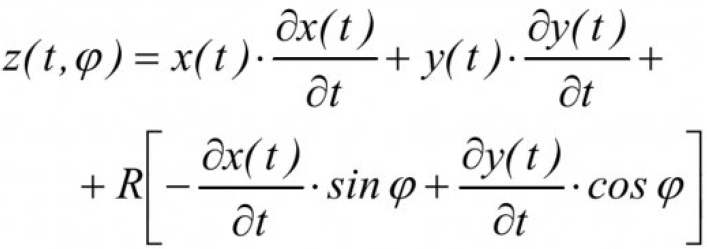
Это отображение в локальной окрестности совпадает с огибающей рассматриваемого семейства кривых.

**Так как касательные плоскости к поверхности в точках ее контурной линии «вертикальны», то это условие позволяет получить связь параметров t и ϕ в виде:**

 (3)

Это уравнение определяет некоторую кривую в криволинейных координатах t и ϕ. Отображение этой кривой на поверхность (2) выделяет на ней контурную линию.

**Предлагается рассматривать уравнение (3) как уравнение линии нулевого уровня поверхности:**

 (4)

Такой подход позволяет в системе MathCAD оперативно получать и анализировать графики, определяемые уравнением (3).

Здесь же может проводиться качественный анализ влияния радиуса R центроиды на форму кривой (3), а значит будут устанавливаться возможные особые точки на огибающей рассматриваемого семейства кривых.

**На рисунок 3 показаны графики двух поверхностей, заданных уравнением (4) для случая, когда исходная кривая состоит из двух кусков - отрезка и дуги окружности:**

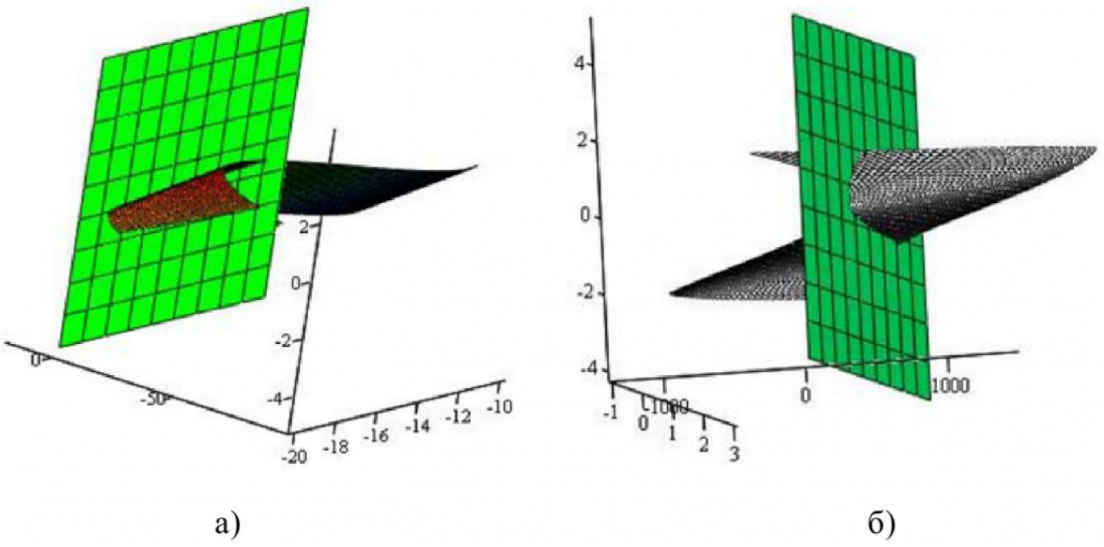


Рисунок 3 – Модели поверхностей, заданных уравнением (4), и их линии нулевого уровня, как графики решения уравнения связи параметров t и ϕ

**где**

* а) для семейства, образованного 1-м участком кривой т.
* б) для семейства, образованного 2-м участком кривой m.

Эти поверхности рассечены плоскостями нулевого уровня, что задает графики связи параметров t и ϕ. С целью подтверждения достоверности полученных результатов.

**На рисунке 4 показаны графики тех же кривых, полученных по уравнению (3), но более трудоемких по исполнению:**

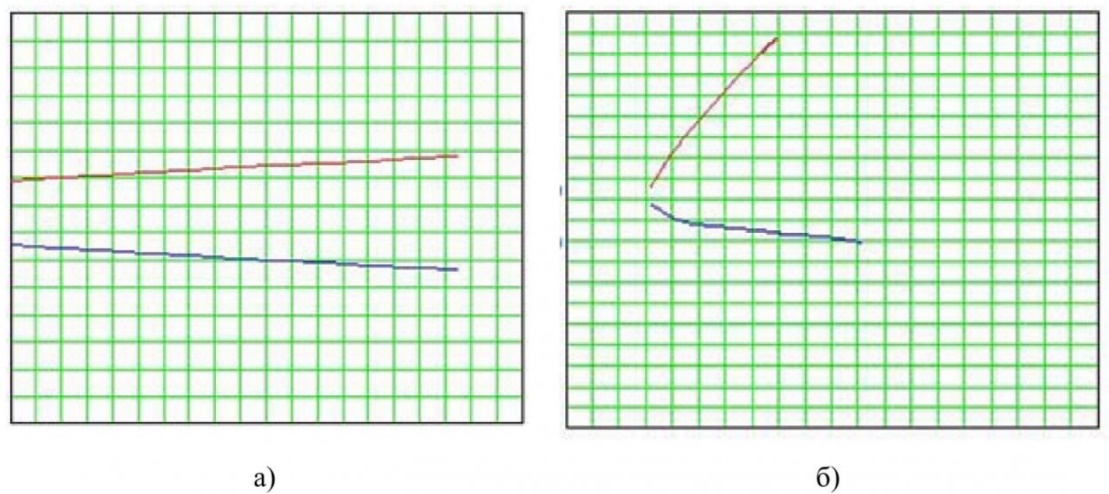


Рисунок 4 – Графики кривых, задающих связь параметров t и ϕ, построенные по зависимости (3)

**где**

* а) для семейства, образованного 1-м участком кривой т.
* б) для семейства, образованного 2-м участком кривой m.

### Семейство кривых, связанных с окружностью, катящейся по другой окружности

**Второе семейство кривых образуется в результате качения центроиды детали, с которой связана исходная кривая, по центроиде инструмента (рисунок 5):**

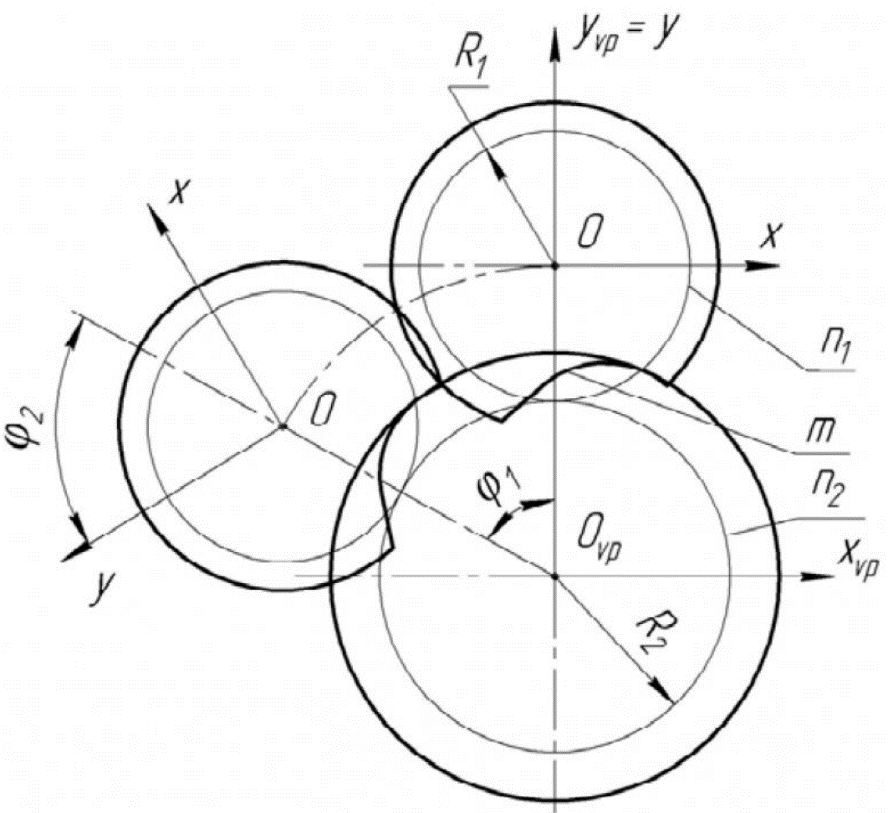
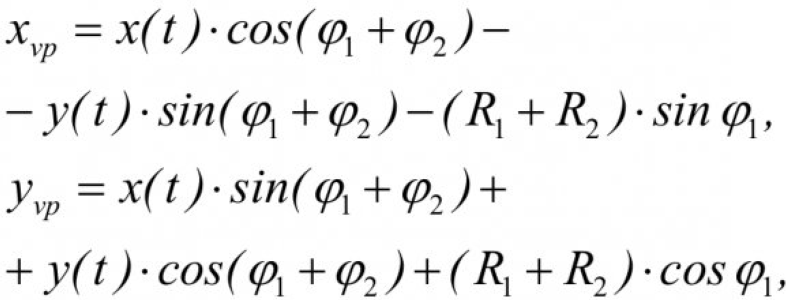


Рисунок 5 – Качение центроиды инструмента по центроиде детали

**где**

* n1, n2 - центроиды инструмента и детали, соответственно.
* m - кривая, связанная с центроидой инструмента.
* 0ху - подвижная система координат.
* 0vpxvpyvpzvp - неподвижная система координат.

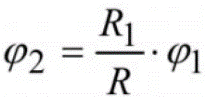
**Это семейство записывается уравнениями:**

 (5)

**где**

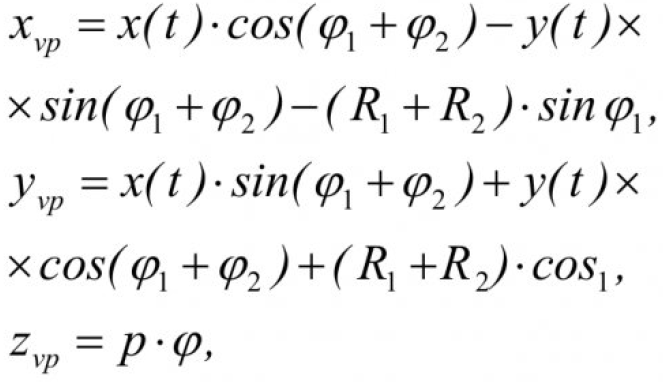
* x=x(t) и у=y(t) - уравнения исходной кривой в подвижной системе координат.
* ϕ1 - параметр семейства.

**В свою очередь где:**



Рассматриваем систему уравнений (5) как график отображения семейства кривых в пространстве на координатную плоскость 0vpxvpyvpzvp.

**Тогда это семейство можно записать в виде:**

 (6)

**где**

* р - некоторая константа.

Уравнения такого семейства описывают квазивинтовую поверхность Ω, полученную нелинейным преобразованием цилиндрической винтовой поверхности.

**На рисунке 6а эта поверхность показана в общем положении, а на рисунке 66 - в виде ортогональной проекции на координатную плоскость 0vpxvpyvpzvp:**

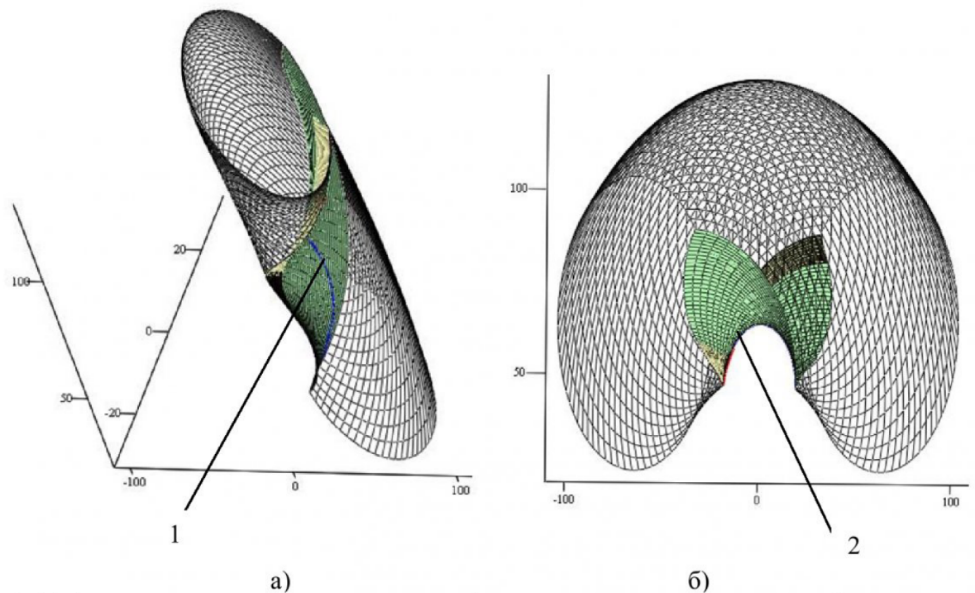


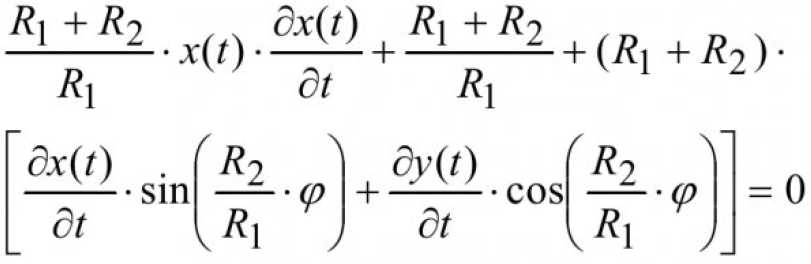
Рисунок 6 – Модели квазивинтовой поверхности

**где**

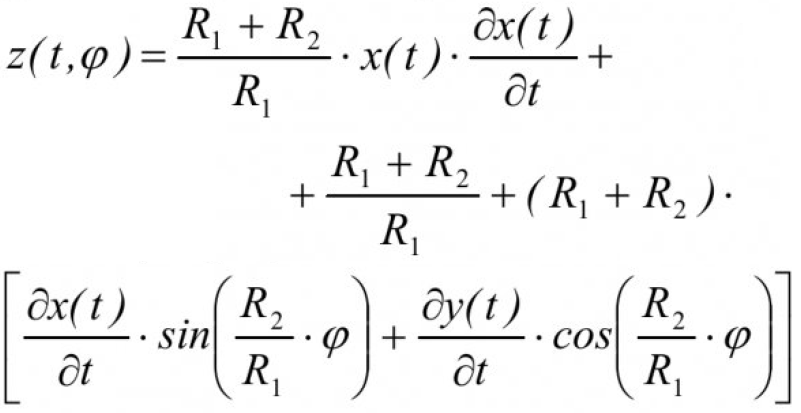
* а) квазивинтовая поверхность общего положения.
* б) ортогональная проекция квазивинтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси z.
* 1 - контурная линия поверхности.
* 2 - очерк поверхности (огибающая семейства плоских кривых).

Как и ранее, предметом визуального исследования является форма очерка поверхности в ее локальной окрестности.

**Для получения точных значений координат очерка, а значит и огибающей рассматриваемого семейства кривых, используем уравнение связи параметров t и ϕ вида:**

 (7)

**Это уравнение задает график линии нулевого уровня поверхности, определяемой зависимостью:**

 (8)

**Поверхность (8) и ее сечение плоскостью z(t,ϕ)=0 показаны на рисунке 7:**

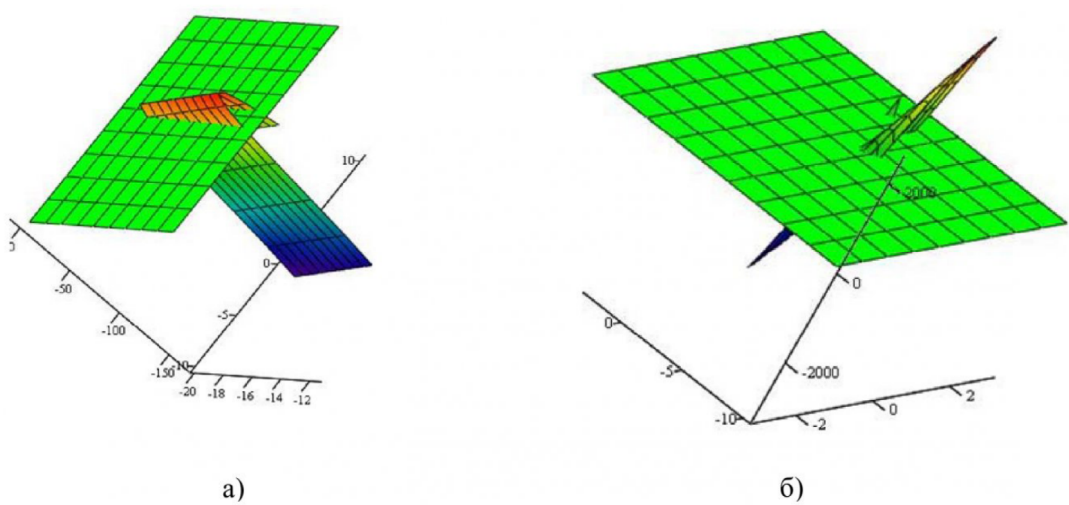


Рисунок 7 – Модели поверхностей, заданных уравнением (4), и их линии нулевого уровня, как графики решения уравнения связи параметров t и ϕ

**где**

* а) для семейства, образованного 1-м участком кривой m.
* б) для семейства, образованного 2-м участком кривой m.

### Семейство кривых, связанных с прямой, катящейся по окружности

**Третье семейство кривых образуется в результате качения начальной прямой, с которой связана исходная кривая, по центроиде инструмента (рисунок 8):**

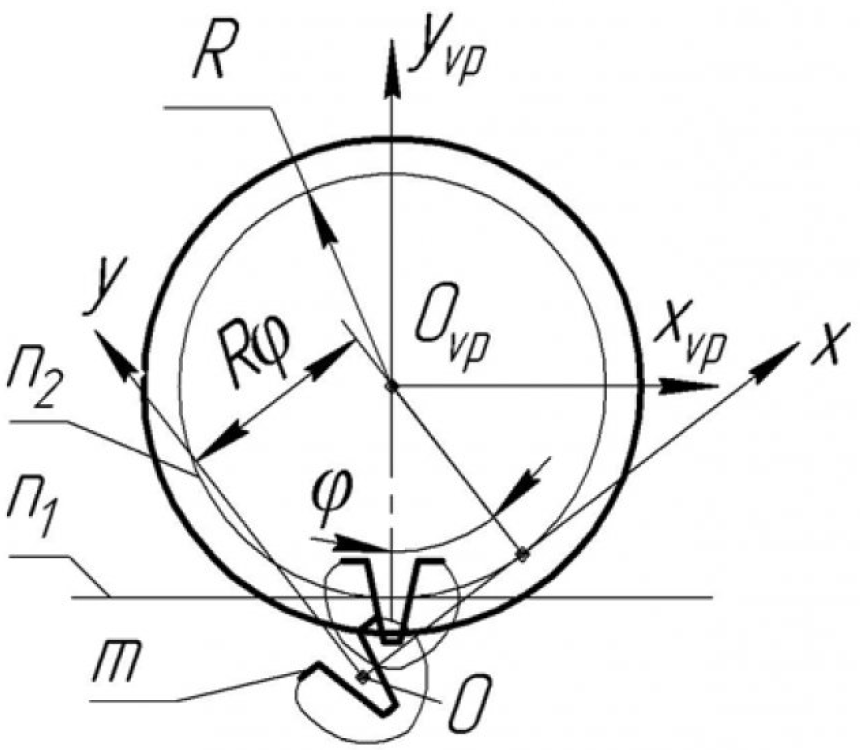
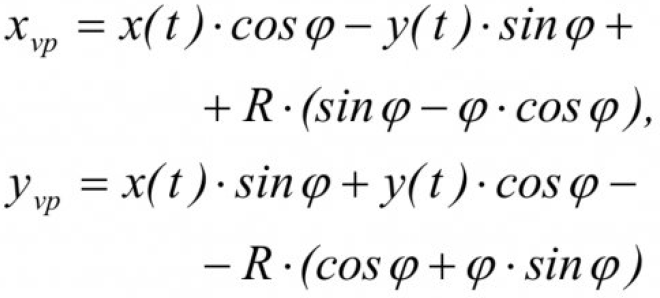


Рисунок 8 – Качение центроиды рейки по центроиде детали

**где**

* n1, n2 - центроиды рейки и детали, соответственно.
* m - кривая, связанная с прямой.
* Оху - подвижная система координат.
* Oxvpyvpzvp - неподвижная система координат.

**Это семейство записывается уравнениями:**

(9)

**По аналогии с изложенным ранее, соответствующая этому семейству квазивинтовая поверхность (рисунок 9):**

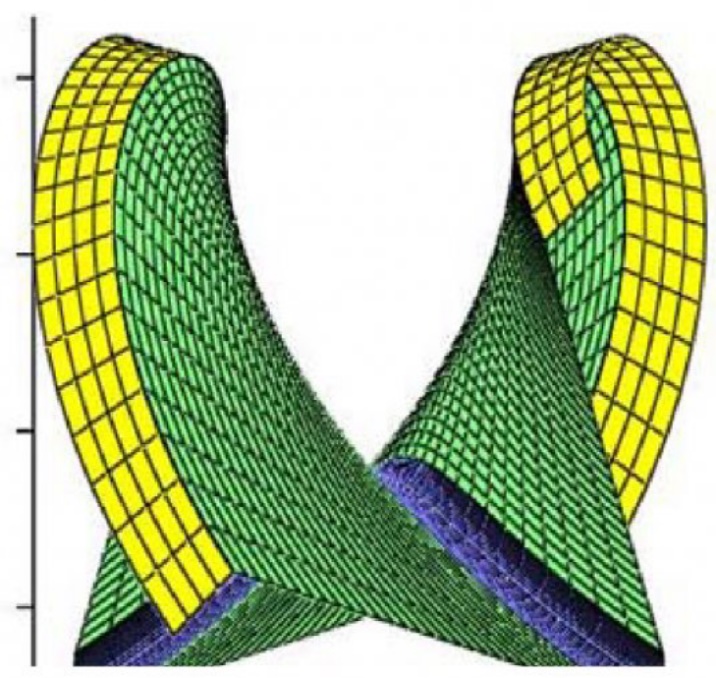
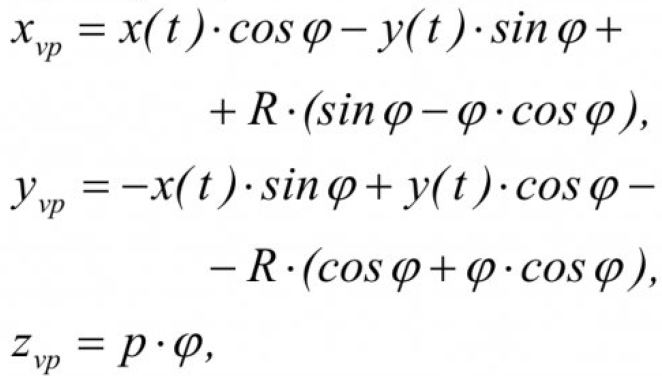
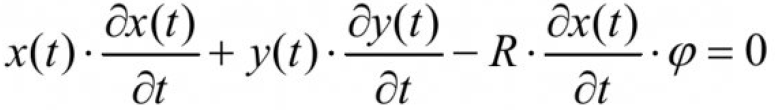


Рисунок 9 – Ортогональная проекция квазивинтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси zvp.

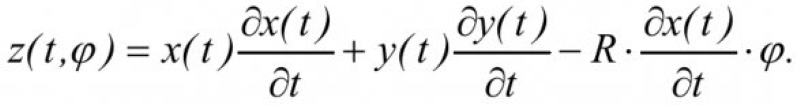
**Определяется уравнениями:**

(10)

**Связь параметров t и ϕ определяется зависимостью:**

 (11)

**Уравнение поверхности, используемой для визуального исследования связи параметров t и ϕ, имеет вид:**

 (12)

Приведенные результаты можно рассматривать как первый этап решения задачи формообразования с использованием полигональных моделей вспомогательных поверхностей.

Следующим этапом, позволяющим получить количественные характеристики исследуемых объектов, может быть их твердотельное моделирование с применением известных САПР.

**Пример такого моделирования показан на рисунке 10:**

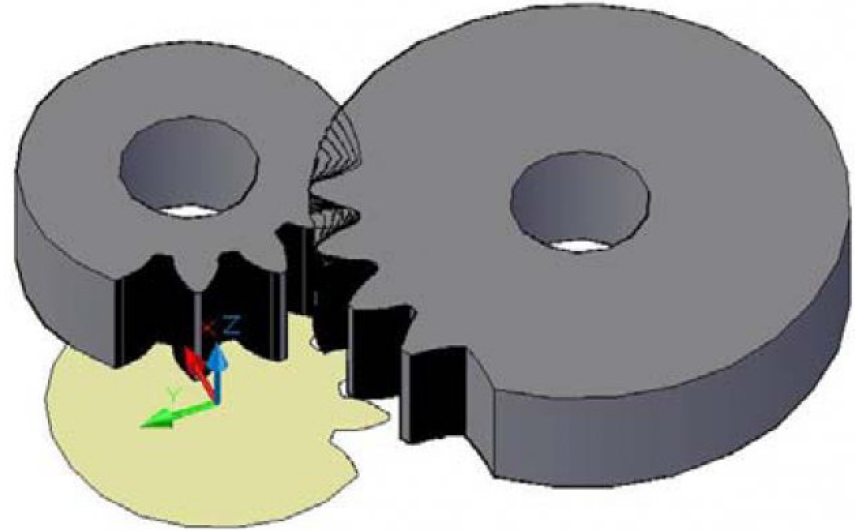


Рисунок 10 – Компьютерное твердотельное моделирование процесса формообразования детали долбяком

**Полученная геометрическая и компьютерная модели вспомогательной поверхности позволяет:**

* Проводить качественную оценку формы огибающей семейства плоских кривых.
* Оперативно, как дискретно так и в режиме анимации, исследовать влияние радиуса центроиды детали на форму профиля инструмента.
* Корректировать форму профиля детали с последующей визуализацией изменений в профиле инструмента.

**Анализ линии нулевого уровня введенных поверхностей, моделирующей график уравнения связи параметров кривой и движения, позволяет установить:**

* Границы изменения параметров кривой и движения.
* Возможные особенности как на контуре поверхности, так и на ее очерке, а значит на огибающей семейства плоских кривых.

Так как рассматриваемые кинематические схемы являются не только самостоятельными, но и промежуточными, то приведенные модели применимы при формообразовании различных типов обкаточного инструмента.

### Список литературы

1. Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ. / С.И. Лашнев, М.И. Юликов. - М.: Машиностроение, 1975. -392 с.
2. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. / В.С. Люкшин. - М.: Машиностроение, 1967. - 372 с.
3. Обзор методов профилирования червячной фрезы для зубчатых венцов / Н.А. Чемборисов, Т.Г. Девжеева // Металлообработка. - 2010. - № 4. - С. 2-6.
4. Моделирование формообразования сложных поверхностей деталей / А.А. Ляшков [и др.] // Металлообработка. - 2010. - № 4. - С. 36-42.
5. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования зубчатых колес методом обкатки инструментальной рейкой и долбяком./ А.А. Ляшков. - М.: ВНТИЦ, 2008. - № 50200802071.
6. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования винтовой поверхности детали инструментальной рейкой и червячной фрезой. / А.А. Ляшков. - М.: ВНТИЦ, 2010. -№50201001024.
7. Профилирование обкаточного инструмента по вспомогательной поверхности / А.А. Ляшков, Л.К. Куликов // Омский научный вестник. - 1990. - № 9. - С. 73-74.

Источник: Вспомогательные поверхности при моделировании формообразования деталей средствами компьютерной графики / А.А. Ляшков, Ю.А. Канева // Вестник КузГТУ. - 2011. - №5. - C. 75-80.